

3. Šolska naloga

3. razred

A

Rešite 4 od naslednjih 6 nalog (vsaka naloga je vredna 4 točke)

1. Skicirajte graf polinoma $p(x) = 3x^4 + 14x^3 - 17x^2 - 56x + 20$.
2. Izračunajte ostanek pri deljenju polinoma $p(x) = x^{2006} - x + 1$ s polinomom $q(x) = x + 1$.
3. Zapišite polinom 5. stopnje z vodilnim koeficientom 1, če veste, da gre njegov graf skozi izhodišče in poznate ničle: $x_{1,2} = 1$, $x_3 = i$.
4. Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x - 6}$.
5. Rešite sistem računsko in grafično: $x^2 - y^2 = 3$, $2x^2 + 5y^2 - 13 = 0$.
6. Izračunajte središčno razdaljo krožnic: $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ in $x^2 + y^2 - 6x - 14y + 54 = 0$.

Rešite 4 od naslednjih 6 nalog (vsaka naloga je vredna 4 točke)

7. Narišite graf funkcije $f(x) = -2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
8. Izračunajte $\sin 2\alpha$ in $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$, če je $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ in $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.
9. Rešite enačbo $3 \cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = 0$.
10. Pokažite, da je funkcija $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x + \sin^2 x}$ liha.
11. Površina pokončnega krožnega valja meri $S = 270\pi \text{ cm}^2$, prostornina pa $V = 486\pi \text{ cm}^3$, ter velja: $r : v = 3 : 2$. Izračunajte polmer osnovne ploskve in višino valja.
12. Diagonalni osni presek pravilne 4-strane pokončne piramide je enakokraki trikotnik s ploščino $p = 50 \text{ cm}^2$. Kot med stranskim robom in osnovno ploskvijo znaša 45° . Izračunajte prostornino piramide.

Rešite vse naslednje naloge (5, 4, 4, 5 točke):

13. Rešite enačbo $3 + 5 + 7 + \dots + x = 210$.
14. Izračunajte od katerega indeksa naprej vsi členi zaporedja s splošnim členom $a_n = \frac{2n-1}{n+1}$ ležijo v $\varepsilon = 0.001$ okolici limite.
15. Izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}$.
16. Z matematično indukcijo dokažite veljavnost formule S_n in zapišite vsoto neskončne vrste S:

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}.$$

Kriterij: 1-22 (nezd), 23-29 (zd), 30-36 (db), 37-43 (pd), 44-50 (odl)

3. Šolska naloga

3. razred

B

Rešite 4 od naslednjih 6 nalog (vsaka naloga je vredna 4 točke)

1. Določite števili m in n tako, da bo polinom $p(x) = 2x^4 + mx^3 + 3x^2 + nx - 15$ deljiv s polinomom $q(x) = x^2 - 4x + 5$.
2. Skicirajte graf polinoma $p(x) = -2(x-2)^2(x^2+1)$.
3. Izračunajte presečišči grafov funkcij $f(x) = \frac{x^2-2}{x^2-x}$ in $g(x) = \frac{1}{x-1}$. Določite tiste vrednosti neodvisne spremenljivke x , za katere velja $f(x) \leq g(x)$.
4. Izračunajte ničle polinoma $p(x) = 3x^4 + 14x^3 - 17x^2 - 56x + 20$.
5. Z računom ugotovite katero krivuljo predstavlja enačba: $x^2 - 4y^2 - 2x - 16y - 19 = 0$.
6. Ugotovite kateri krivulji predstavljata enačbi, obe krivulji narišite v istem koordinatnem sistemu in izračunajte njuna presečišča: $y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Rešite 4 od naslednjih 6 nalog (vsaka naloga je vredna 4 točke)

7. Izračunajte $\cos 2\alpha$ in $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$, če je $\cos \alpha = -0,5$ in $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.
8. Narišite graf funkcije: $f(x) = \frac{1}{2 - \cos x}$.
9. Rešite enačbo $\tan x - \sin 2x = 0$.
10. Poenostavite izraz $\frac{\sin x \cdot \sin 2x}{\cos x - \cos x \cdot \cos 2x}$.
11. Osnovna ploskev pokončne prizme je pravokotni trikotnik s hipotenuzo $c = 12$ in kotom $\beta = 56^\circ$ ob hipotenuzi. Višina prizme je enaka polmeru temu trikotniku očrtanega kroga. Izračunajte površino prizme.
12. Površina stožca meri $P = 324\pi \text{ cm}^2$, središčni kot v ravnino izravnane plašča pa $\varphi = 288^\circ$. Izračunajte prostornino stožca.

Rešite vse naslednje naloge (5, 4, 4, 5 točke):

13. Zapišite splošni člen zaporedja $\frac{3}{4}, \frac{9}{8}, \frac{15}{12}, \frac{21}{16}, \frac{27}{20}, \dots$. Ugotovite lastnosti zaporedja in izračunajte limito.
14. Zapišite vsoto prvih 100 členov aritmetičnega zaporedja s podatki:
 $a_3 + a_8 = 31$, $a_6 + a_7 = 37$.
15. Enakostraničnemu trikotniku s stranico $a = 1$ vrtujemo zapored enakostranične trikotnike, ki imajo oglišča v razpoloviščih stranic prejšnjega trikotnika. Izračunajte vsoto vseh obsegov in ploščin nastalih trikotnikov.
16. Z matematično indukcijo dokažite veljavnost deljenja: $8 \mid (11 \cdot 3^n + 3 \cdot 7^n - 6)$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.

Kriterij: 1-22 (nezd), 23-29 (zd), 30-36 (db), 37-43 (pd), 44-50 (odl)