

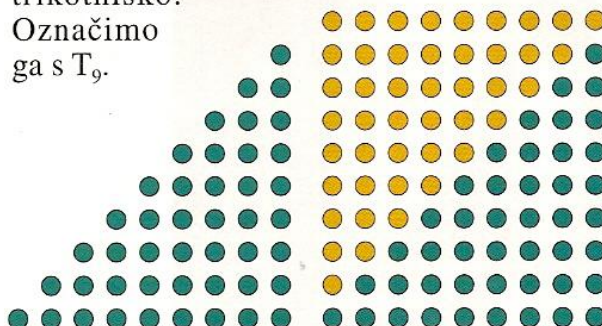
Čarovništvo na štiri ogle

Dandanes mnogo ljudi išče odgovore na življenjska vprašanja v horoskopih in pri vedeževalkah. Na vse mogoče načine želijo izvedeti, kaj jih čaka v prihodnosti. V tem se nič ne ločijo od naših davnih in manj davnih prednikov. Ti so odgovore na podobna vprašanja poskušali najti z zaklinjanji, gematrijo (ŽIT 1992/4, str. 52) in tolmačenjem skrivnostnih števil, uporabljali pa so tudi magične kvadrate. V novejšem času se z njimi zelo resno ukvarjajo matematični rekreativci, ki si izmišljajo vedno nove primere in nove pogoje, ki jim morajo ustrezati magičnimi kvadrati.

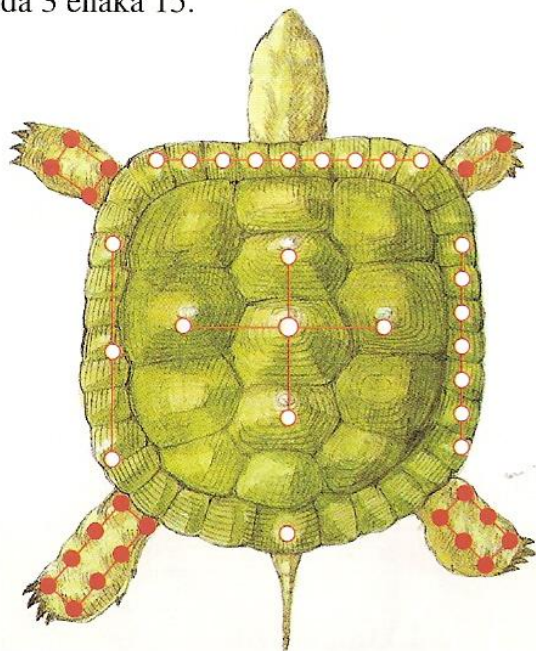
Vera in Gregor Pavlič

Magični kvadrat reda n sestavljajo naravna števila od 1 do n^2 , razporejena v vrstice in stolpce kvadrata z n^2 polji tako, da je vsota števil v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v obeh diagonalah enaka. To število se imenuje *magična vsota* in ga ni težko izračunati. Za magični kvadrat reda 3 moramo sešteti vsa naravna števila od 1 do 9 in vsoto deliti s 3. Pri delu si lahko pomagamo z metodo, ki so jo poznali že pitagorejci. Ti so nekatera naravna števila narisali s pikami in jih oblikovali v različne pravilne like, zato danes tem številom rečemo figurativna števila. Iz vsote števil od 1 do 9 lahko oblikujemo trikotnik, zato je dobljeno število trikotniško.

Označimo
ga s T_9 .

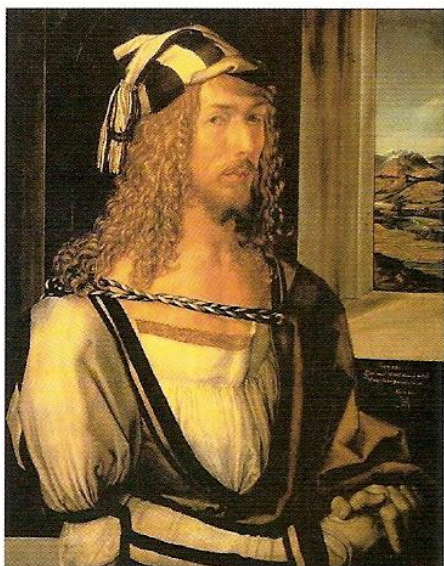


Računanje velikih trikotniških števil pa kmalu postane naporno, saj zelo hitro naraščajo, zato se jih raje naučimo izračunati po formuli. Trikotniškemu številu T_n ob hipotenuzi trikotnika prilepimo še eno trikotniško število T_n , da skupaj oblikujeta pravokotnik z osnovnico n in višino $n + 1$. Ploščina tega pravokotnika je $n(n + 1)$, ploščina njegove polovice – to je ravno naše trikotniško število T_n –, pa je $n(n + 1) / 2$. Torej je magična vsota magičnega kvadrata reda 3 enaka 15.



Najbolj znan magični kvadrat reda 3 je Lo Šu, ki so ga našli na Kitajskem. Pred okoli 4000 leti so ga narisali na želvin oklep, zato se je lahko ohranil do danes.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

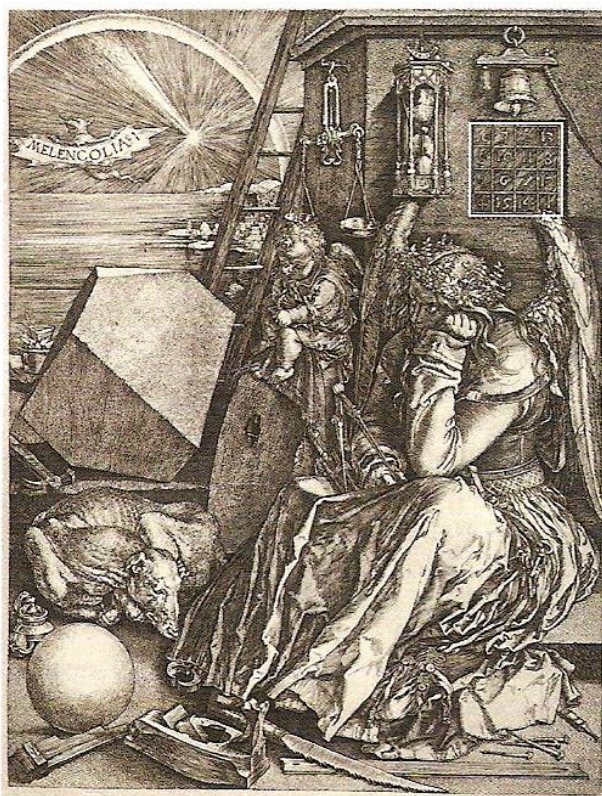


Bakrorez z naslovom »Melanholija« (zgornja slika) kaže zamišljenega znanstvenika, ki sedi med neurejenim geometrijskim orodjem in geometrijskimi telesi. Dürer (leva slika) ni bil le izreden slikar, ampak tudi zelo talentiran matematik, zato mu je uspelo

števila v magični kvadrat razporediti tako, da dobimo njegovo magično vsoto še na 5 dodatnih načinov. Kvadrat razdelimo na 4 kvadrate in vsota števil v posameznem kvadratu je 34. Poleg tega dobimo enako število, če seštejemo števila v štirih notranjih kvadratih.

Slikarjeve genialnosti pa še ni konec, saj je srednja dva kvadratka spodnje vrste uporabil za letnico nastanka slike (po drugi razlagi naj bi mu tega leta umrla mati).

Zelo znan magični kvadrat reda 4 z magično vsoto 34 je upodobljen na bakrorezu *Melanholija* znamenitega nemškega slikarja in grafika Albrechta Dürerja (1471–1528). Albrecht je bil tretji izmed osemnajstih otrok v zlatarski družini. Bil je zelo nadarjen in je že od malega rad risal, zato ga je oče dal v slikarsko šolo. Raziskovalna žilica mu vse življenje ni dala miru in iskal je matematične osnove proporcij in perspektive. O tej tematiki je napisal celo nekaj knjig.



16	3	3	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

A

4	9	2
3	5	7
8	1	6

B

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

C

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Č

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

Potem ko so Evropejci od Dürerja prejeli prvi magični kvadrat, je astrolog Cornelius Agrippa (1486–1535) priredil magične kvadrate vsem znanim planetom, Soncu in Luni. **A** – Saturn je dobil že omenjeni Lo Šu z magično vsoto 15. Ker so planet Saturn povezovali s svincem, je kvadrat obarvan črno, številke pa so bele. **B** – Jupitru ustreza magični kvadrat reda 4 z magično vsoto 34, ki je produkt 2 in 17 (2 je žensko praštevilo, 17 pa moško praštevilo). Vsota vseh števil v kvadratu je 136. To število je močno povezano s številom 244, saj je $1^3 + 3^3 + 6^3 = 244$ in $2^3 + 4^3 + 4^3 = 136$. Barva kvadrata je modra z oranžno bronastimi številkami, ker je Jupitrova kovina kositer. **C** – Marsov magični kvadrat ima magično vsoto 65. Je svetlordeče barve, števila pa so komplementarno zelene barve. Marsova kovina je železo. **Č** – Magični kvadrat Sonca je kar dvakrat magičen, saj je njegova magična vsota 111, vsota vseh števil v kvadratu pa t. i. vražje število 666. Barva kvadrata je sončno rumena, številke pa škrlatne. Kovina, ki ustreza Soncu, je zlato. **D** – Venerin magični kvadrat ima magično vsoto 175. Na temnozeleni podlagi se svetijo limonasto rumene številke. Venerina kovina je bron. **E** – Magična vsota Merkurja je 260; kvadrat je svetlooranžen, številke pa svetlomode. Jasno je, da je Merkurjeva kovina živo srebro (angl. mercury). **F** – Kot zadnja je na vrsti Luna, zato ima magični kvadrat najvišjega, devetega reda z magično vsoto 369. Barve njenega magičnega kvadrata so ravno obrnjene barve Sončevega, saj se na nebu nikoli »ne vidita«. Lunina kovina je srebro.

D

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

E

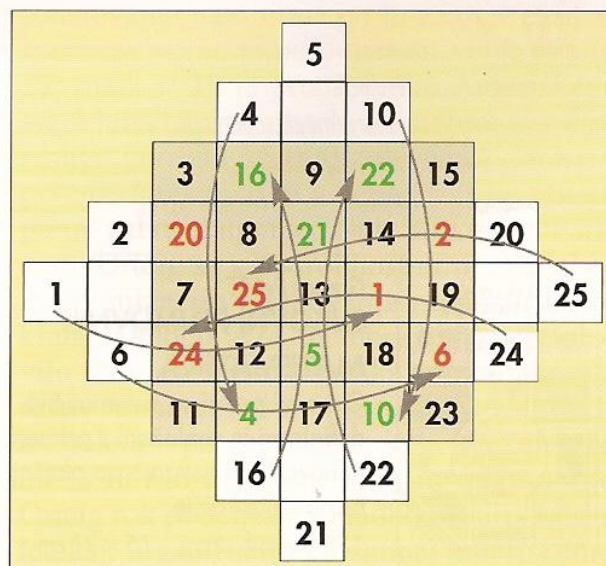
8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

F

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

Agrippa je astrološko razpravo zaključil z ugotovitvijo, da štirje osnovni elementi (zrak, zemlja, ogenj in voda) pač ne zadoščajo, saj ne obstaja magični kvadrat iz štirih števil. Dejansko je nemogoče zgraditi magični kvadrat reda 2, vendar obstajajo metode za oblikovanje magičnih kvadratov višjega reda, pa še zelo zahtevne niso. Z magičnimi kvadrati lihega reda sploh ni veliko dela.

Nad posamezno stranico kvadrata narišemo trikotnike iz kvadratnih polj. V dobljeno mrežo v diagonalah napišemo števila od 1 do 25. Potem iz zunanjih polj prenesemo števila v prazna notranja polja, kot kažejo puščice.



V obdobju razcveta rekreacijske matematike v 20. stoletju so si izmišljali vedno nove pogoje, ki naj jim zadostijo magični kvadrati. Tako so med drugim definirali *asociativni* in *vražji* magični kvadrat. Magični kvadrat reda n je asociativni, če je vsota števil, ki ležita v kvadratu, simetrično glede na središčno število, enako $n^2 + 1$. Magični kvadrat je vražji, če s seštevanjem števil po vseh diagonalah dobimo magično vsoto. Matematičniki zanesenjaki so ugotovili, da ne obstaja vražji magični kvadrat reda 3 ali reda $4k + 2$, kjer je k celo število. (Ni se težko prepričati, da je Lo Šu asociativen, ne pa vražji.) Magični kvadrat reda 4 je lahko vražji ali asociativen (toda ne oboje hkrati), število 5 pa je najmanjši red magičnega kvadrata, ki je asociativen in obenem vražji; takih magičnih kvadratov je kar 16. Zanimivo je, da obstaja kar 3600 vražjih kvadratov reda 5, ki pa niso tudi asociativni.

8	17	1	15	24
11	25	9	18	2
19	3	12	21	10
22	6	20	4	13
5	14	23	7	16

Npr.:

$$1 + 18 + 10 + 22 + 14 = 65$$

$$8 + 2 + 21 + 20 + 14 = 65$$

itd.

1	15	24	8	17
23	7	16	5	14
20	4	13	22	6
12	21	10	19	3
9	18	2	11	25

Npr.:

$$5 + 21 = 8 + 18 =$$

$$= 25 + 1 = 16 + 10$$

itd.

S tem pa zanimivosti o magičnih kvadratih še ni konec. Če ne drugega, moramo omeniti še t. i. *alfamagične* kvadrate. To so magični kvadrati, katerih polja niso števila, ampak črke, iz katerih lahko v vseh smereh preberemo isti stavek. Po težavnosti so gotovo bistveno zahtevnejši od palindromnih stavkov – tj. stavkov, ki se naprej in nazaj berejo enako.

Naštejmo nekaj primerov:

PERICA REŽE RACI REP.

MAKSI, PEČE ME, ČE PISKAM.

ŠEPAM OD DOMA PEŠ.

Nekoliko bolj obešenjaški se glasi:

ALI SE BO GORDANA NA DROG OBESILA?

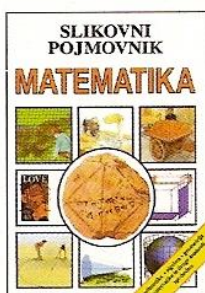
Zanimiv alfamagični kvadrat so našli pri izkopavanju v antičnih Pompejih in je zato gotovo eden najstarejših. V latinščini se glasi »SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS«, kar v prostem prevodu pomeni »Kmet Arepo pusti, da se svet naprej vrti«.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

<http://...>

www.grogono.com/magic/
mathforum.org/alejandre/magic.square.html
www.magic-squares.de/magic.html
www.magic-squares.com/

hometown.aol.com/themazeman/perf-mag.html
www.geocities.com/~harveyh/magicsquare.htm
www.triplemoon.com/sigils.html



Gregor Pavlič
SLIKOVNI POJMOVNIK
MATEMATIKA

Osnovni pojmi so sistematično definirani in razloženi s primeri, njihovo razumevanje pa olajšajo barvne ilustracije.

128 barvnih strani, 15 x 21 cm

Cena 2.713 SIT

Cena s popustom za naročnike revij ŽIT ali TIM: 2.170 SIT

Knjigo lahko naročite na naslovu:

Tehniška založba Slovenije, d. d.

Lepi pot 6, 1001 Ljubljana, p. p. 541

Tel.: 01/47 902 25, faks: 01/47 902 30

e-pošta: tzs-lj@siol.net

spletna knjigarna: <http://www.TZS-online.com>