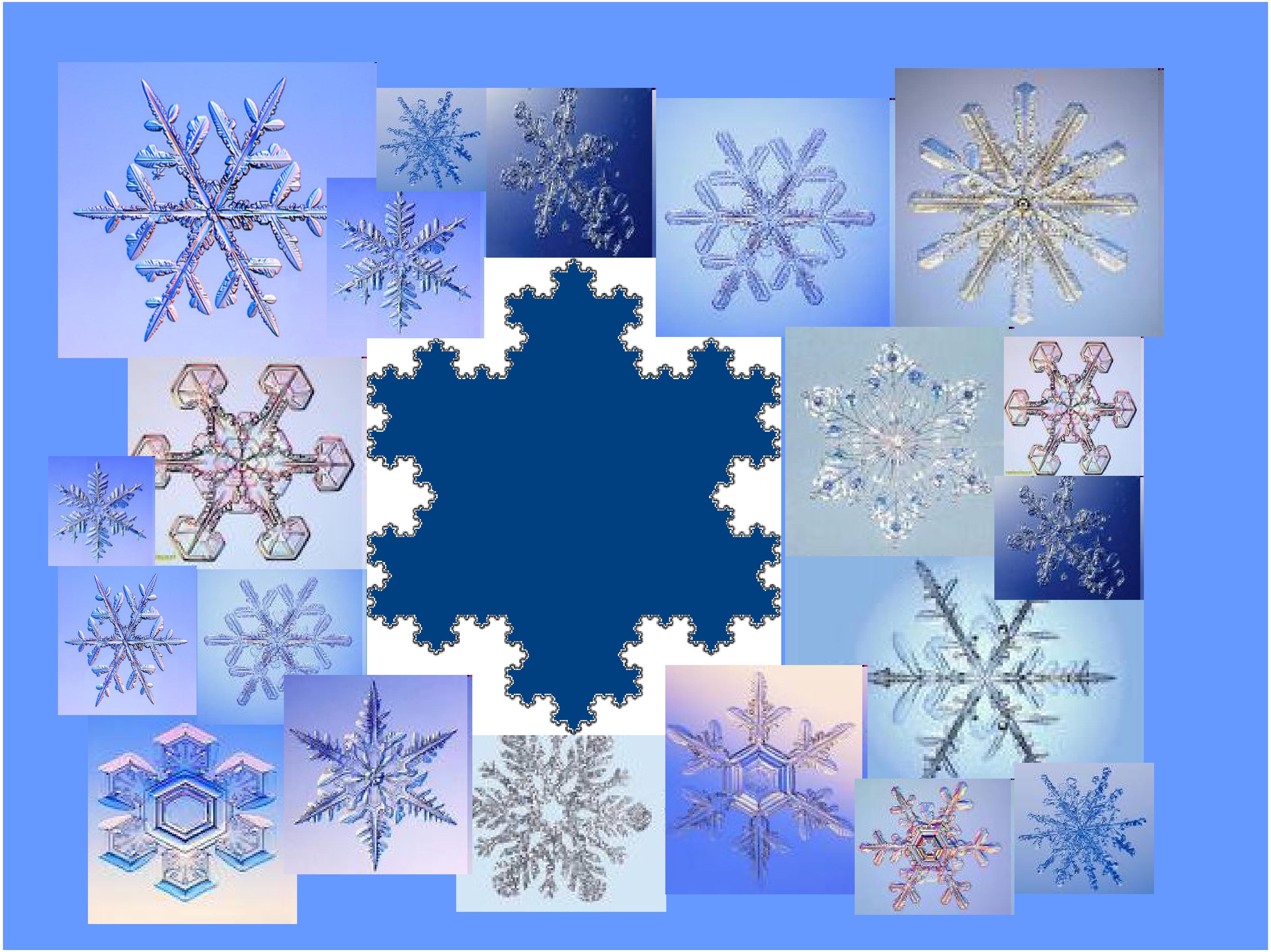
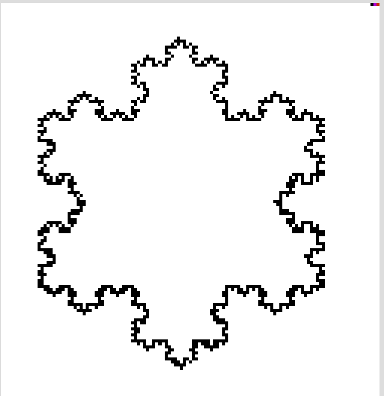
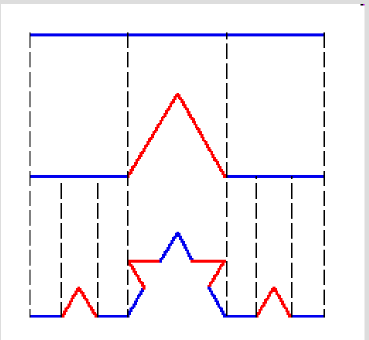
Kaj imata skupnega "mobi" in brokoli ?

Gregor Pavlič
Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana







Niels Fabian Helge von Koch (1870 – 1924)

- Oče visok vojaški častnik
- Obiskuje najboljše šole
- študira v Stocholmu (Mittag-Leffler)
- 1892 doktorira, postane asistent in profesor *Sur la distribution des nombres premiers* (1901)
- *Une méthode géométrique élémentaire pour l'étude de certaines questions de la théorie des courbes plane* (1906)
- *Contribution à la théorie des nombres premiers* (1910)
- Benoît B. Mandelbrot (1924)

Benoit Mandelbrot

- Rojen 1924 v Varšavi v judovski družini iz Litve
- Zaradi nacističnega gibanja 1936 zbeži družina v Pariz. Mama zdravnica, dva strica matematika.
- 1945 – 1947 študira na École Polytechnique pri Gastonu Juliaju
- 1947-1949 študira v ZDA na California Institute of Technology
- 1949 to 1957 študira na Centre National de la Recherche in na Scientifique Institute for Advanced Study v Princetonu – sponzorira ga John von Neumann
- 1955 se preseli nazaj v Evropo
- 1975 predstavi nov matematični pojem *fraktal*

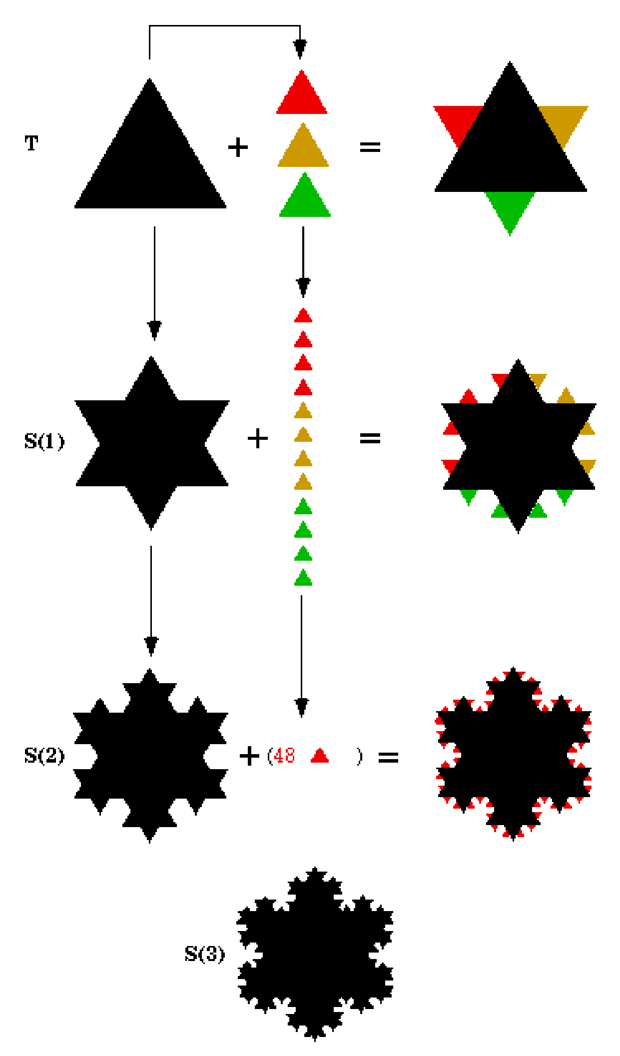
- 1979 začne raziskovati Julijajeve možice na Harvardski univerzi

- 1982 izda pomembno knjigo *Fraktalna geometrija narave*
- 1987 začne predavati na univerzi Yale
- 2005 se upokoji na univerzi Yale

Nagrade:

- Wolfova nagrada za fiziko, 1993
- Lewis Fry Richardson Prize Europskega geofizikalnega združenja, 2000
- Japonska nagrada, 2003
- Einsteinova nagrada Ameriškega Matematičnega društva, 2006
- Dobi najvišje francosko odlikovanje Vitez legije časti

Obseg otoka



$$o_1 = 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot s$$

$$o_2 = 3 \cdot 4 \cdot \frac{4}{9} s = 3 \cdot \frac{4^2}{3^2} s = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 s$$

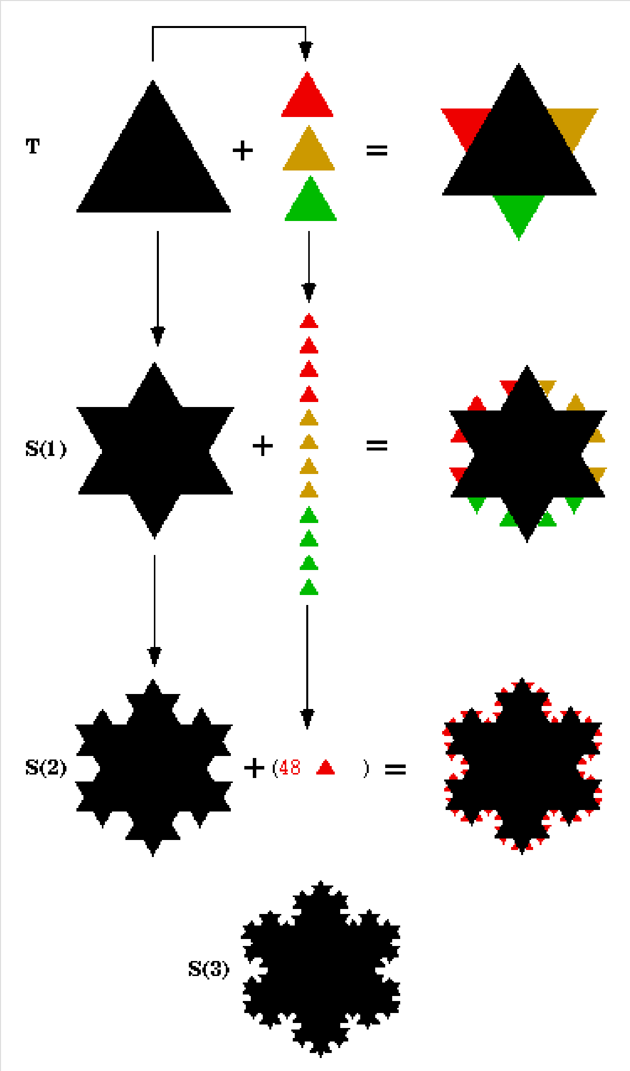
$$o_3 = 3 \cdot \frac{4^3}{3^3} s = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 s$$

....

$$o_n = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n s$$

$$n \to \infty \Rightarrow o_n \to \infty$$

Ploščina otoka



$$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2 + 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\frac{s}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\frac{3}{9}\right)$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\frac{3}{9}\right) + 3\cdot4\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{s}{9}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\frac{3}{9}+\frac{3\cdot4}{9^2}\right)$$

$$S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\frac{3}{9}+\frac{3\cdot4}{9^2}\right) + 3\cdot4\cdot4\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{s}{3^3}\right)^2 =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\frac{3}{9}+\frac{3\cdot4}{9^2}+\frac{3\cdot4^2}{9^3}\right)$$

S $\boldsymbol{k}$-to iteracijo dodamo $3\cdot 4^{k-1}$ dodatnih trikotničkov s ploščino $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{s}{3^k}\right)^2$

To pomeni, da dodamo ploščino $3\cdot 4^{k-1}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{s}{3^k}\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{4}s^2\,\frac{3\cdot 4^{k-1}}{9^k}$

ploščini lika $\boldsymbol{S(k\text{-}1)}$ in dobimo ploščino $\boldsymbol{S(k)}$. Po $\boldsymbol{n}$ iteracijah tako dobimo ploščino

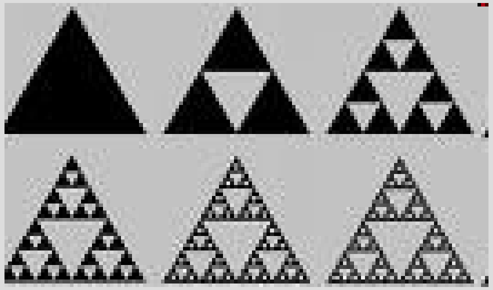
$$S(n)=\frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\sum_{k=1}^{n}\frac{3\cdot 4^{k-1}}{9^k}\right)$$

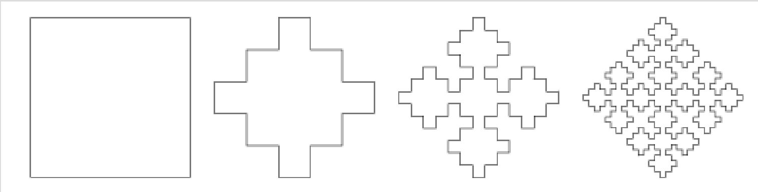
Ker gre za geometrijsko vrsto s kvocientom $\boldsymbol{r}$ = 4/9, je ta konvergentna s končno vsoto, ki je kar enaka ploščini Kochoega otoka.

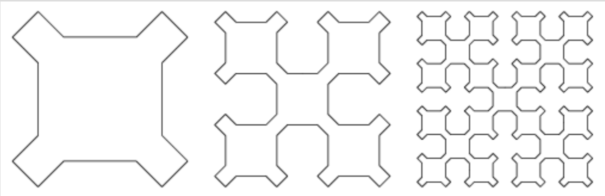
$$S=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\sum_{k=1}^{n}\frac{3\cdot 4^{k-1}}{9^k}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}s^2\left(1+\frac{\frac{3}{9}}{1-\frac{4}{9}}\right)=\frac{2\sqrt{3}}{5}s^2$$

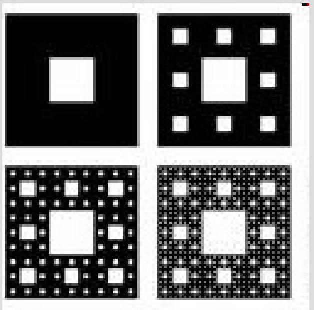
Wacław Franciszek Sierpiński (1882 – 1969)

- Rojen v Varšavi, kjer je tudi študiral v času ruske okupacije
- Njegov profesor je bil Voronoi, 1903 dobil zlato medaljo za esej o njegovem delu
- Diplomiral 1904 v Varšavi in doktoriral 1908 v Krakovu (fil, astr), profesor v Lvovu, 1. sv. vojno preživi v Moskvi, 2. sv. vojno pa v Varšavi, kjer skrivaj predava
- Objavil je nad 700 znanstvenih člankov in 50 knjig: *Uvod v splošno topologijo* (1934) in *Splošna topologija* (1952)









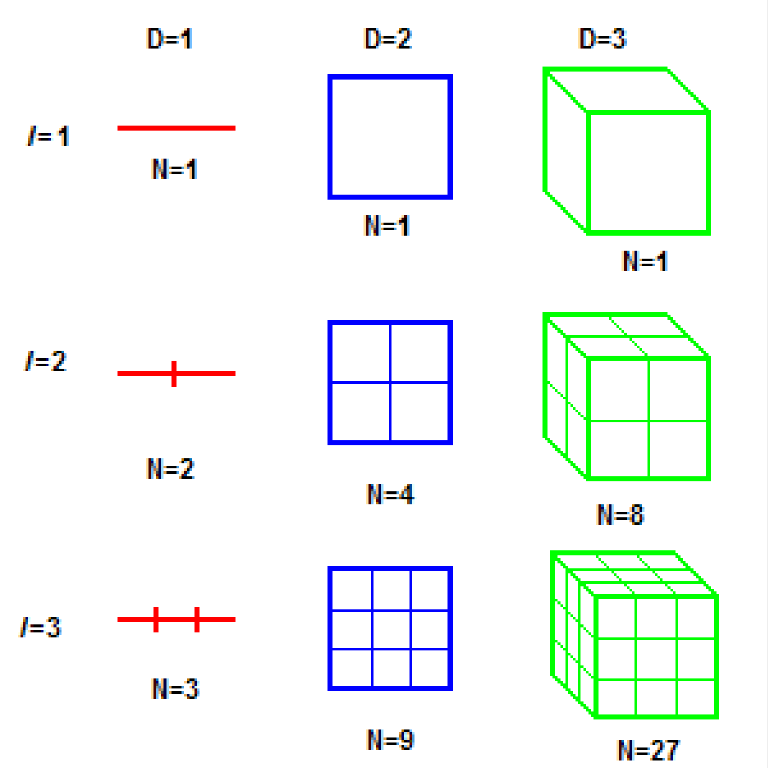
Taka in drugačna dimenzija

- Dimenzija evklidskega n - dimenzionalnega prostora E^n je n.
- Fraktalom ni mogoče izračunati evklidske dimenzije, lahko pa izračunamo Haussdorfovo dimenzijo (ta seveda velja tudi v Evklidskem prostoru)

$$N = k^D; \quad D = \frac{\log N}{\log k}$$

N – število podobnih delčkov

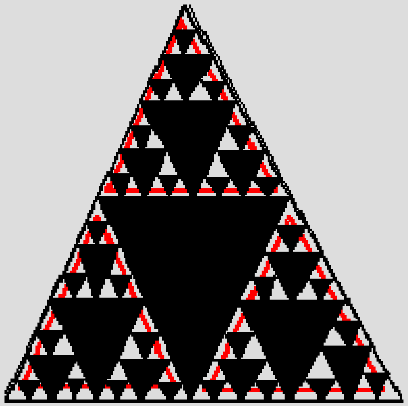
k – podobnostni faktor



$$3 = 3^1; \; 9 = 3^2; \; 27 = 3^3$$

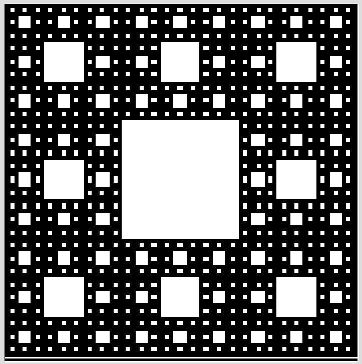
Regularni fraktali in fraktalna dimenzija

- Trikotnik Sierpinskega



$$D = \frac{\log N}{\log k} = \frac{\log 3}{\log 2} \doteq 1{\cdot}585$$

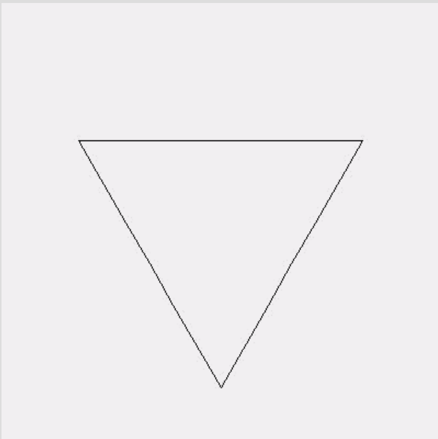
- Preproga Sierpinskega



$$D = \frac{\log N}{\log k} = \frac{\log 8}{\log 3} \doteq 1{\cdot}893$$

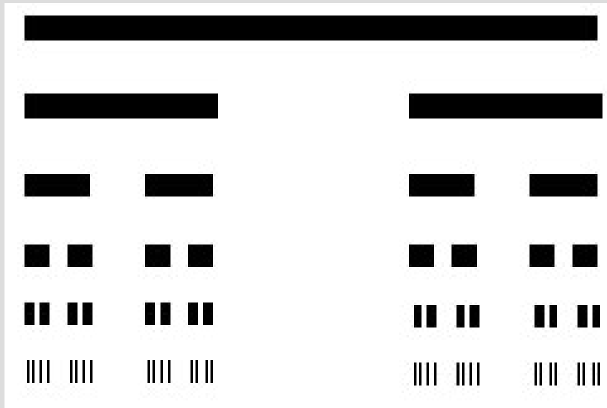
Regularni fraktali in fraktalna dimenzija

- Kochova snežinka



$$D = \frac{\log N}{\log k} = \frac{\log 4}{\log 3} \doteq 1{\cdot}262$$

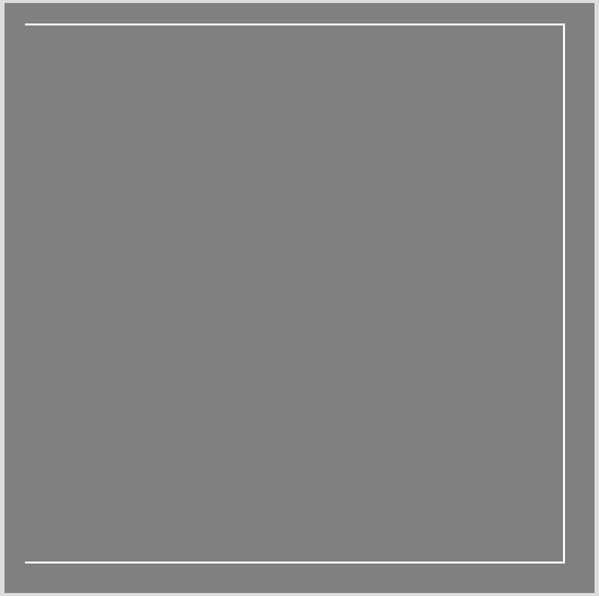
- Cantorjev prah



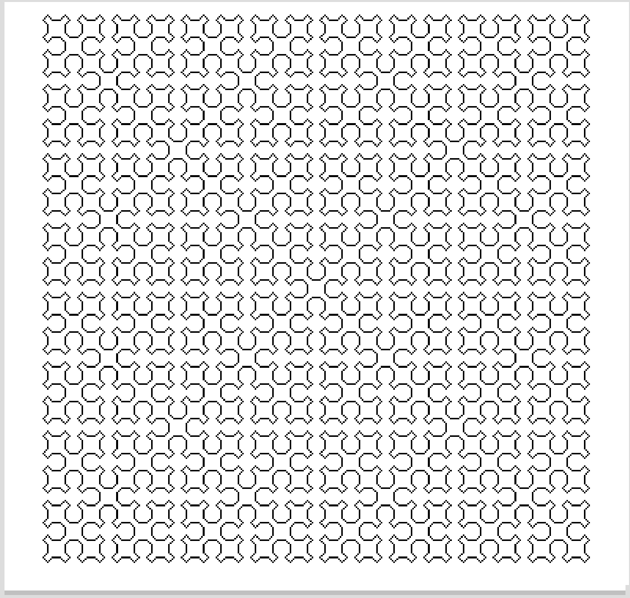
$$D = \frac{\log N}{\log k} = \frac{\log 2}{\log 3} \doteq 0{\cdot}631$$

Neskončne krivulje, ki pokrijejo ravnino

Hilbertova krivulja

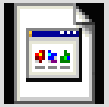


Krivulja Sierpinskega



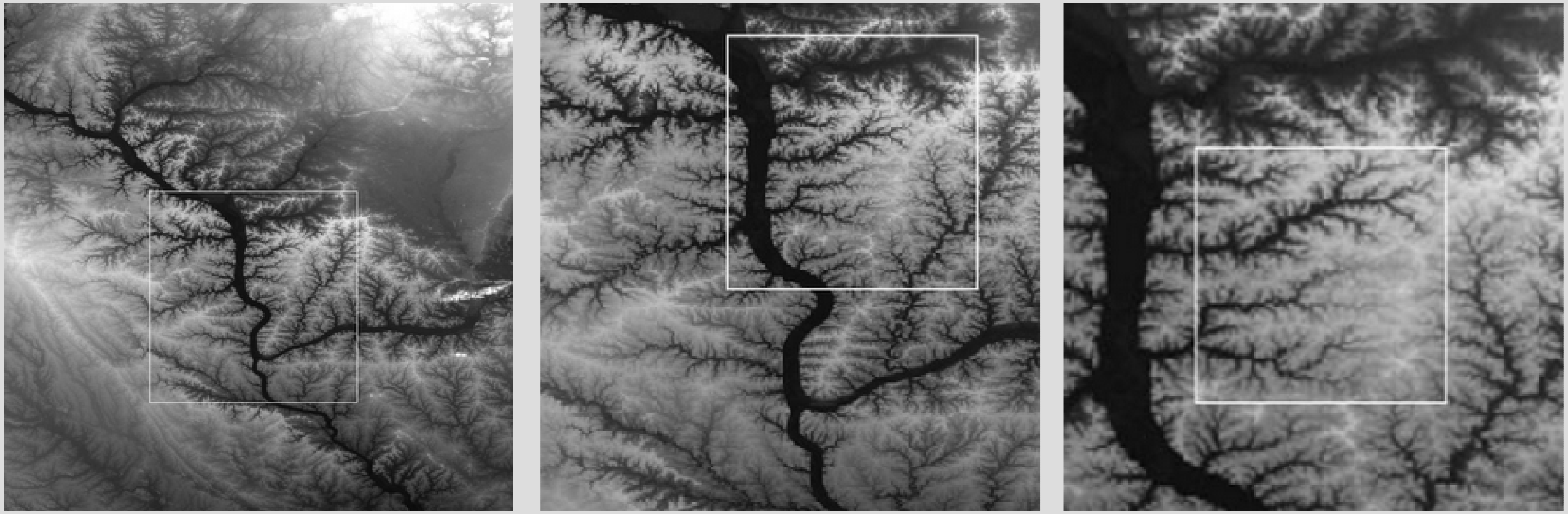
$$D = 2$$

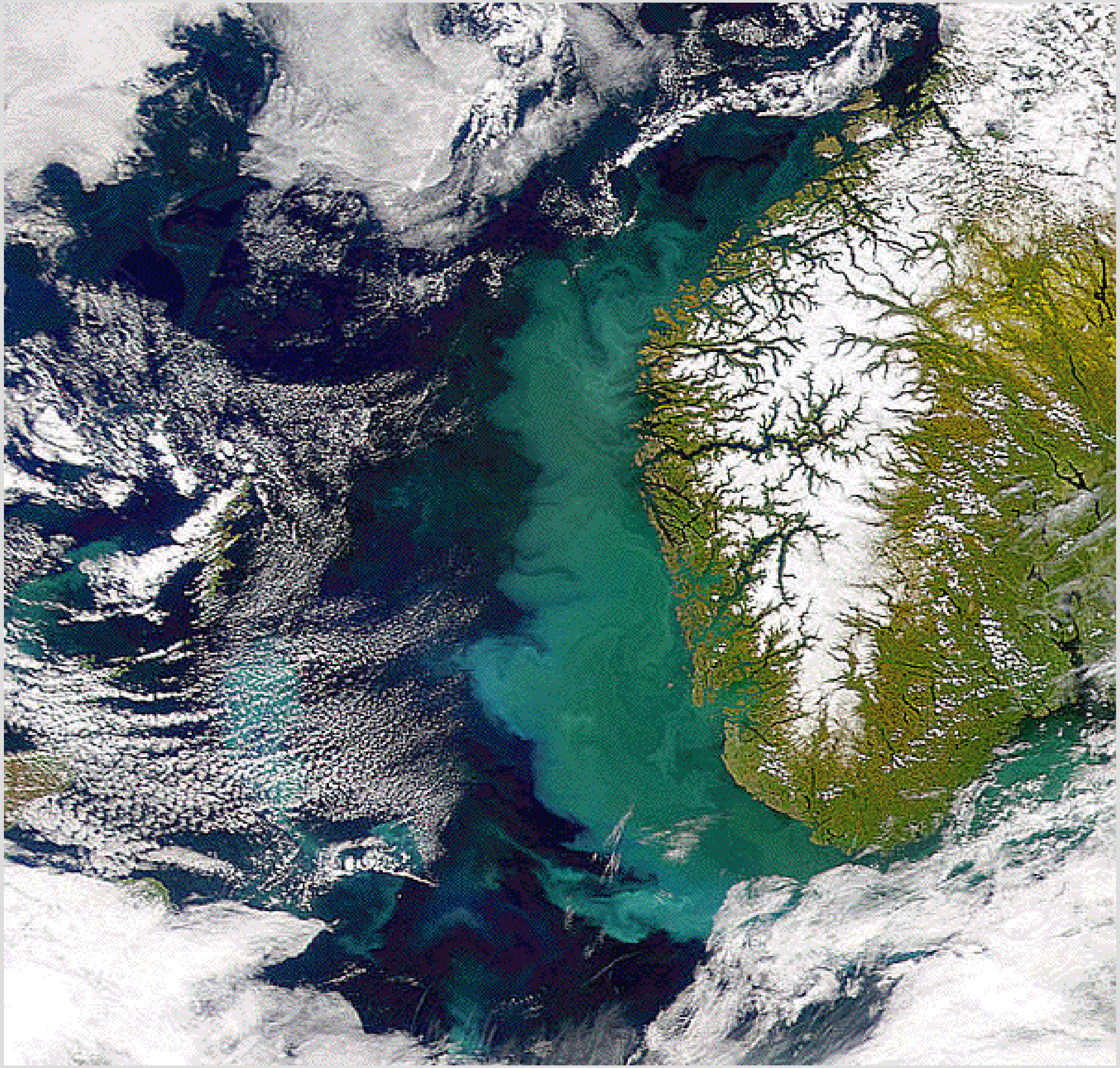
Trikotnik Sierpinskega in Pascalov trikotnik

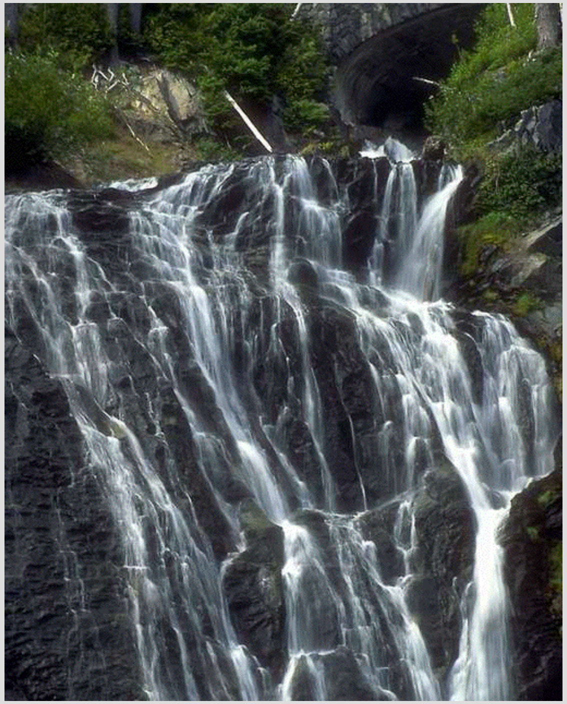


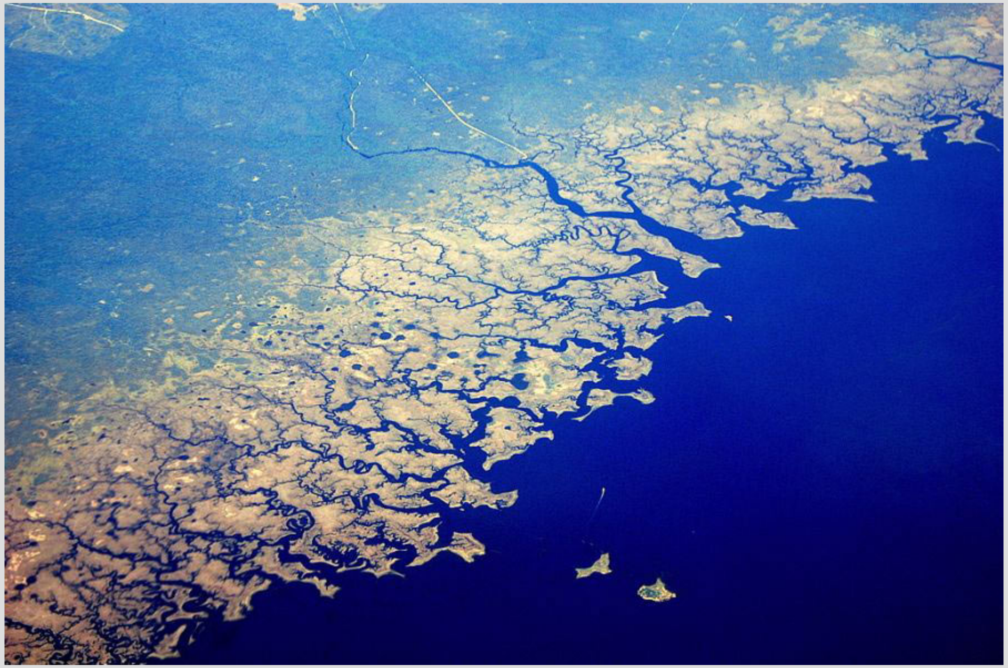
pascal_triangle.exe

Naravni fraktali



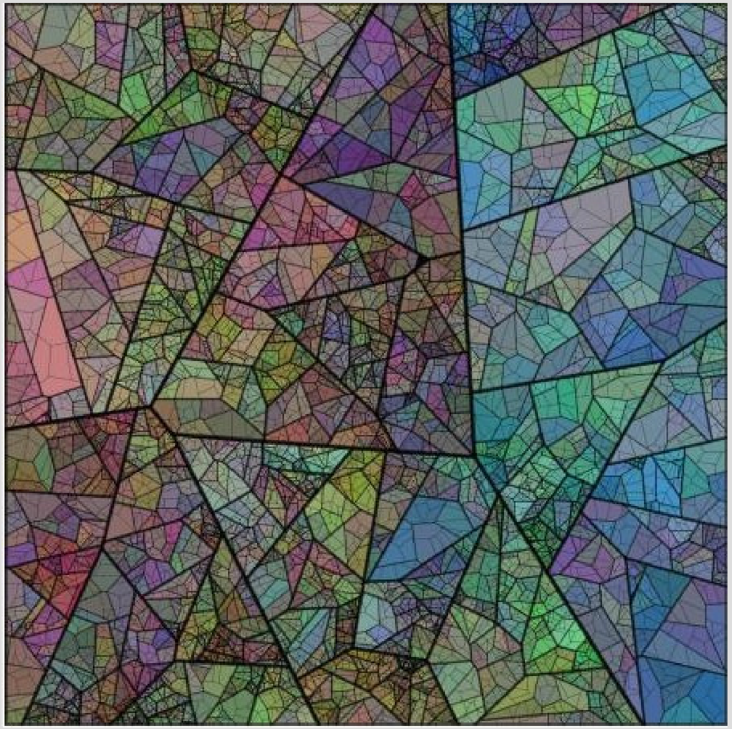


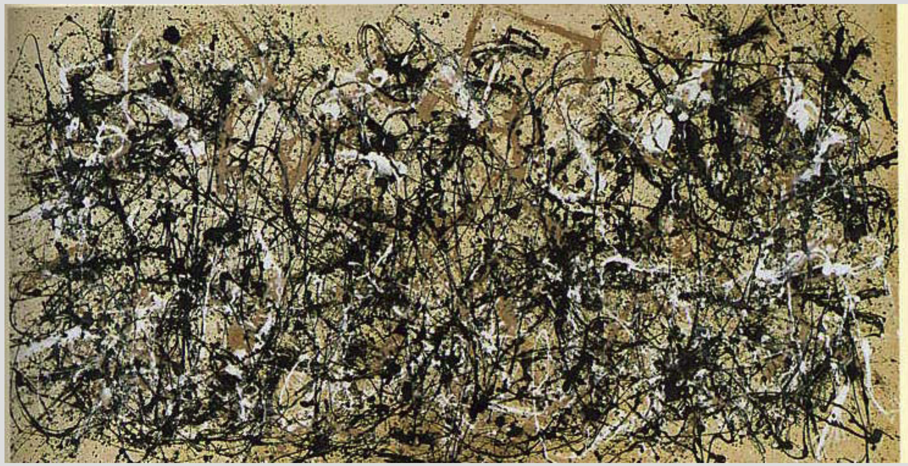






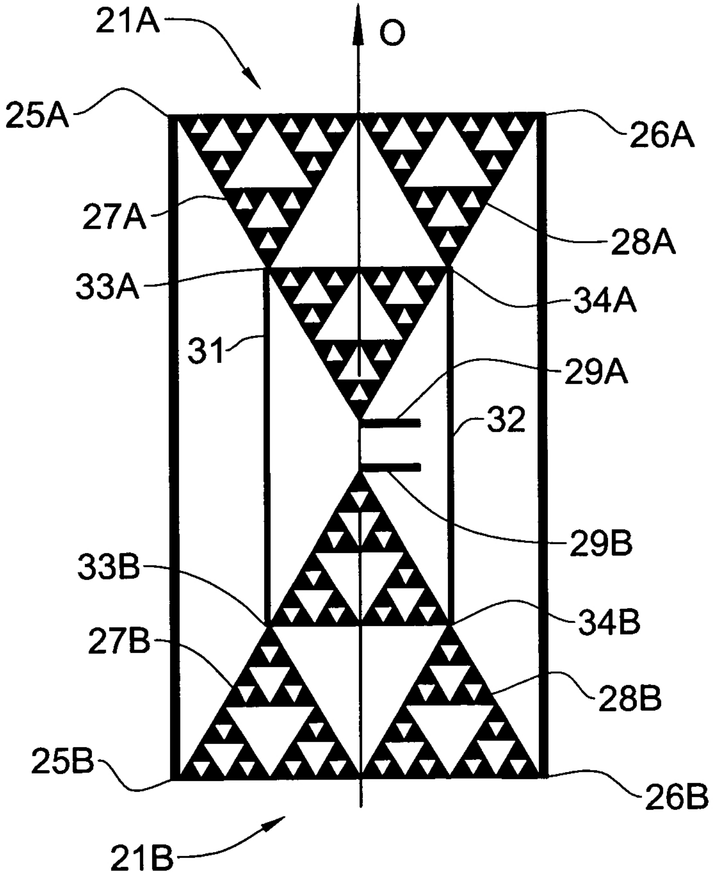


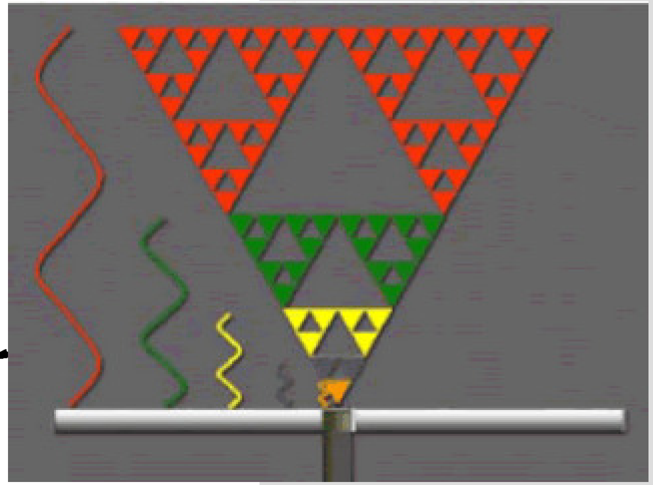



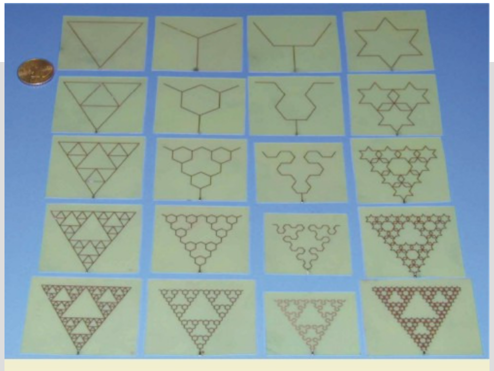


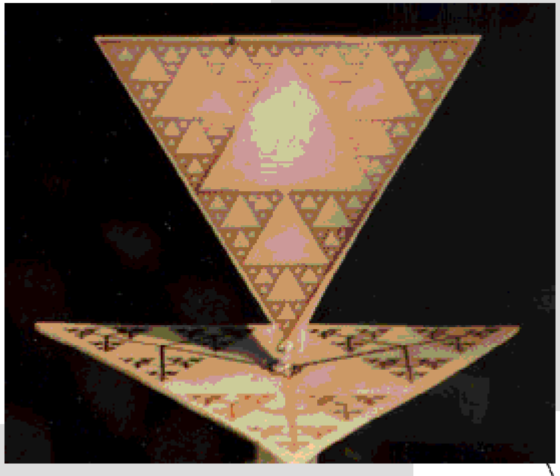
Uporaba regularnih fraktalov

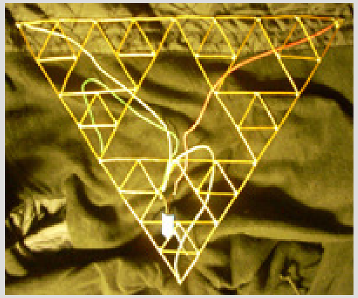
- Stephen Cohen, navdušen radioamater in fizik
- Študiral na Harvardu pri 17 letih
- 1977 diplomiral z *magna cum laude* iz astrofizike
- 1982 doktoriral in postal asistent
- 1987 profesor na Bostonski univerzi
- 1988 naredil prvo fraktalno anteno
- 1995 ustanovil podjetje Fractal Antenna Systems
- 2002 upokojil
- 2009, NANOMETA *metacloak* – prvi nevidni material

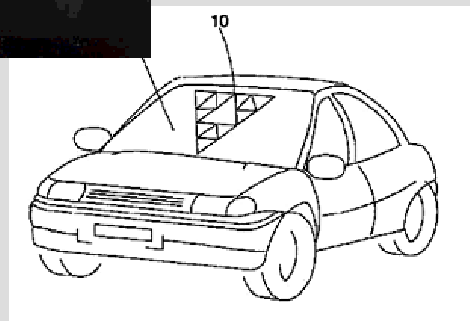

21A
O
25A
26A
27A
28A
33A
34A
31
29A
32
29B
33B
34B
27B
28B
25B
26B
21B










10

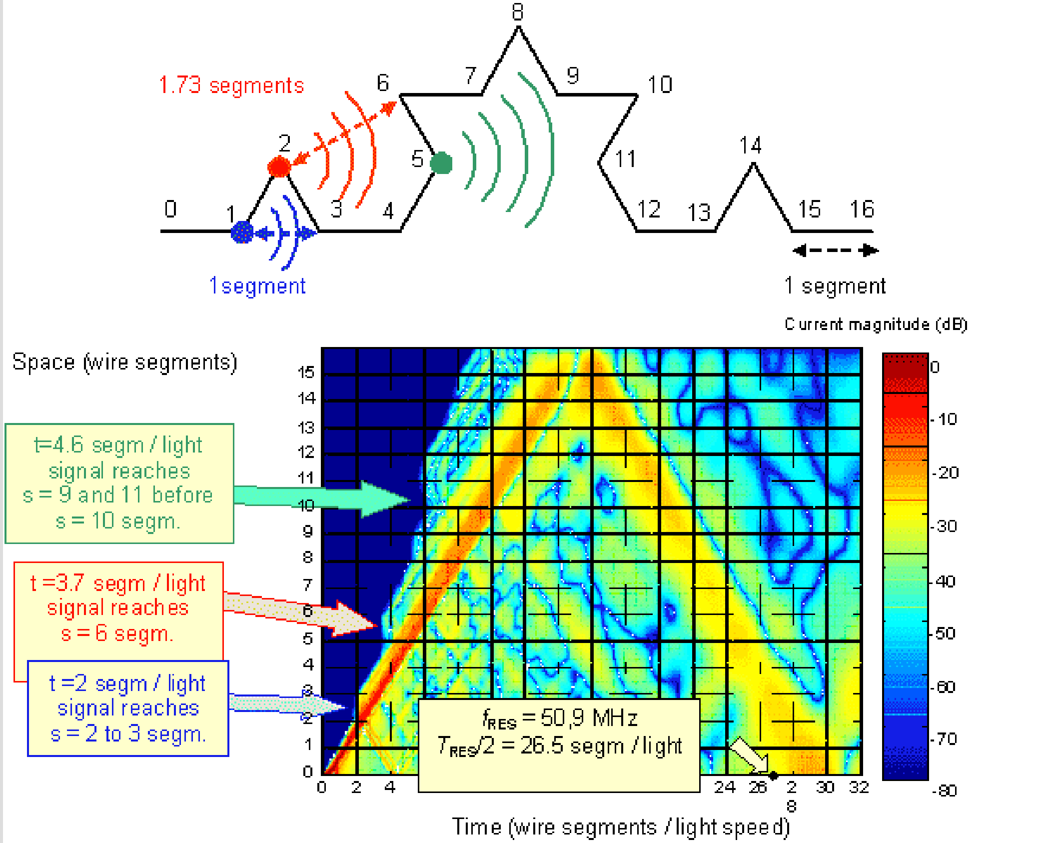
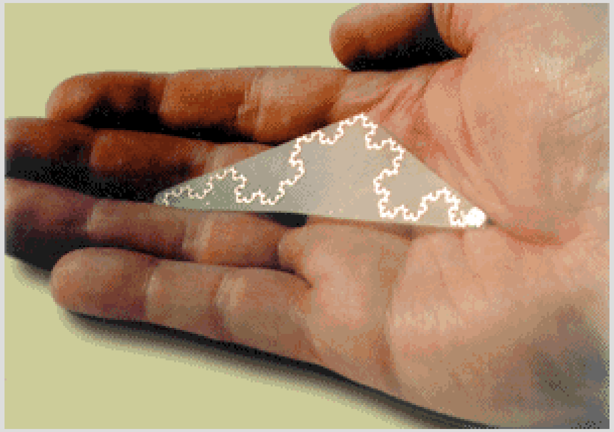
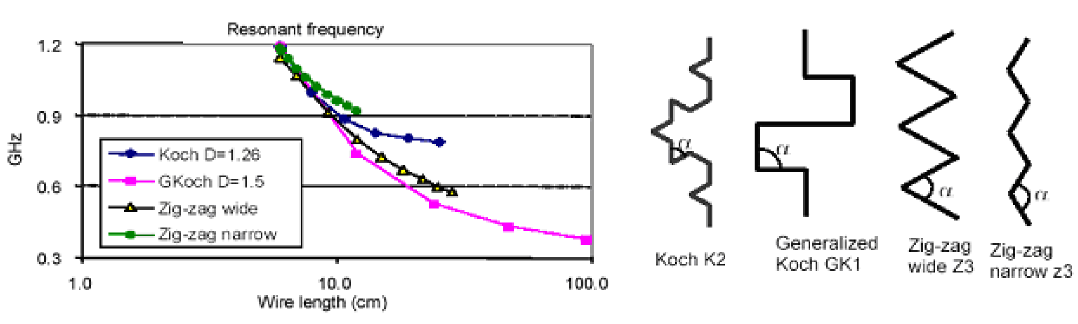
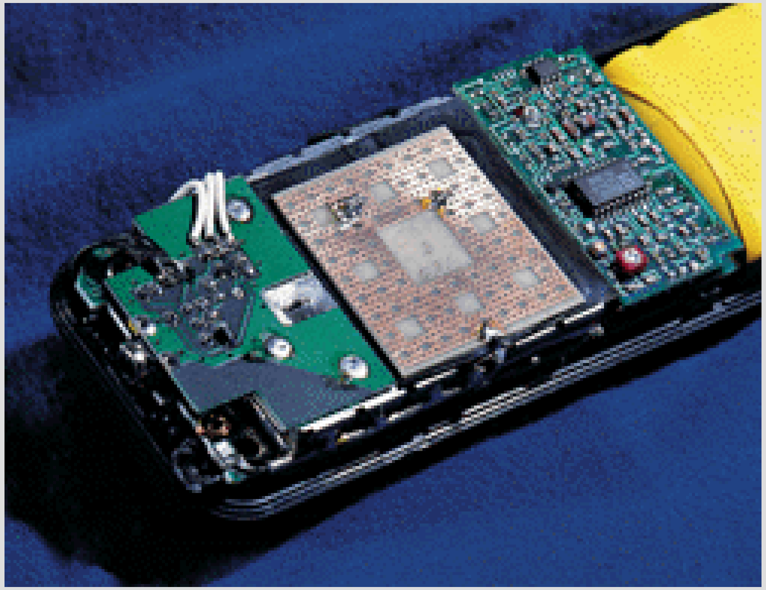


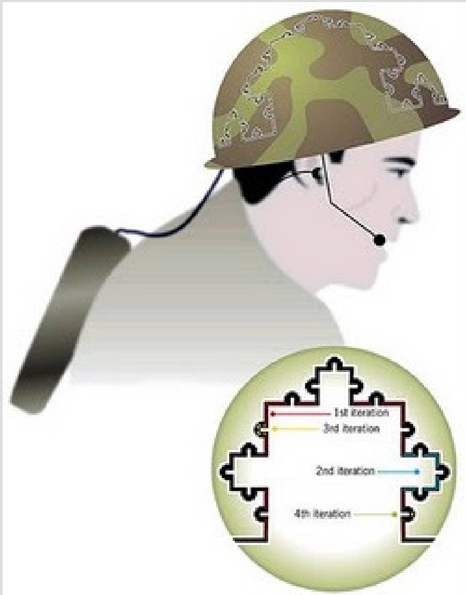
*Figure 7: Space time-diagram for short-pulse excitation in a 1m-height K2 monopole. The antenna has been modeled as a thin wire using DOTIG code from University of Granada. The signal shortcuts from angles 1 to 3 (**blue** color), 2 to 6 (**red** color) and 5 to 9 (**green** color) can be clearly observed.*





In kaj ima pri vsem tem mobilni telefon?





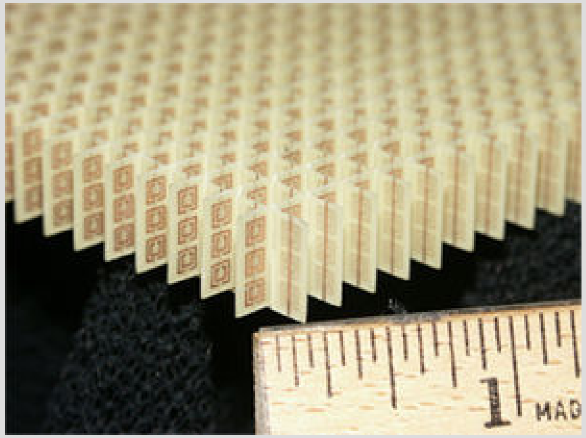
Podjetje Motorola ima kupljen patent in v svoje telefone vgrajuje fraktalne antene.

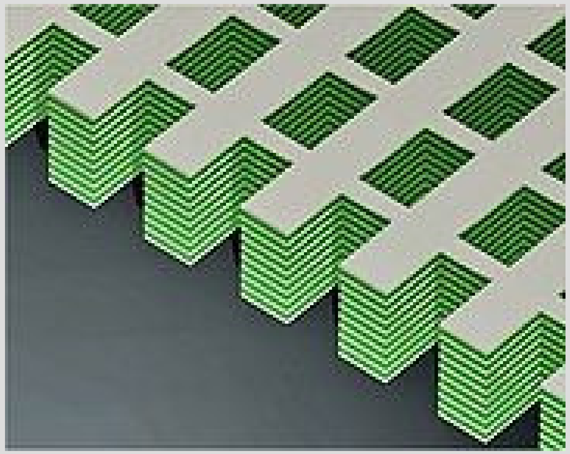
Eno najhitreje rastočih raziskovalnih področij.

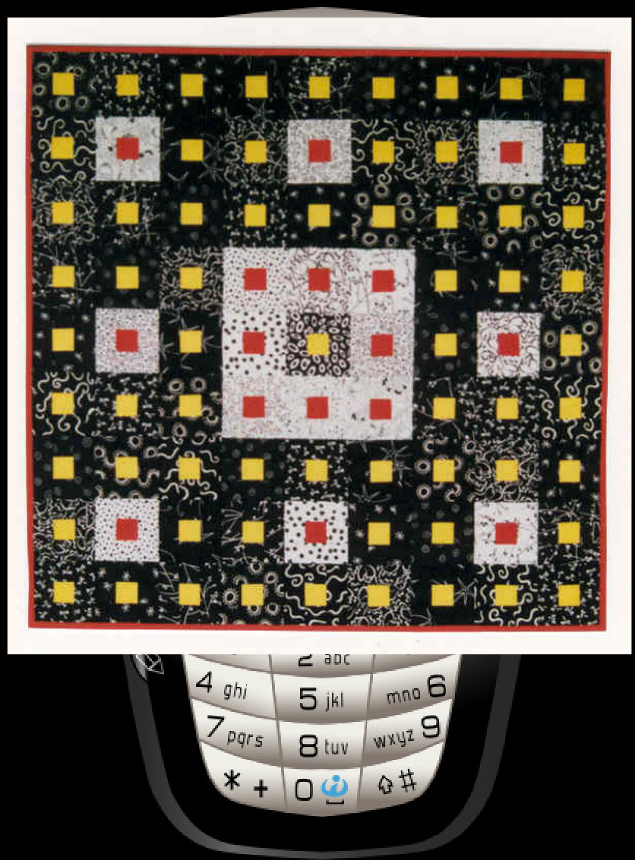
Metamateriali

Metamaterial je umetna struktura iz nanometrskih prekatov iz srebrovega in magnezijevega fluorida, razporejenih v obliko "ribiške" mreže oziroma struktura z uporabo srebrovih nanožičk. Svetloba takšen metamaterial enostavno zaobide kot *"voda zaobide skalo"*, pravijo raziskovalci, ki so najnovejša dognanja objavili tudi v ugledni znanstveni publikaciji Nature and Science. "Končni rezultat je neviden objekt, saj se vidi le svetlobo, ki prihaja izza objekta.“

Metamateriali so tudi predmeti, ki pridobijo svoje lastnosti iz svoje strukture in ne samo iz materialov, iz katerih so narejeni. Sposobni so vplivati na elektromagnetne valove in imajo negativni lomni količnik. To pomeni, da lomijo svetlobo v nasprotju z običajnimi materiali in jo lahko tudi poljubno usmerjajo.






4 ghi
5 jkl
mno 6
7 pqrs
8 tuv
wxyz 9
* +
0